

Rechnen für den Funkamateure Teil 5

Potenzschreibweise,
Rechnen mit Logarithmen,
Dezibel (dB) und Pegeln.



Deutscher Amateur-Radio-Club e.V.
Bundesverband für Amateurfunk in Deutschland

Michael Funke – DL4EAX
Nach einer Idee von
[Emil Obermayr – DD3AH](#)





Potenzschreibweise

Potenzschreibweise

Bis hier ließen sich die Rechenoperationen durch alltägliche Dinge beschreiben. Kommen wir nun zu Schreibweisen die uns bei der Darstellung von sehr großen und kleinen Zahlen in der Elektrotechnik helfen.

Betrachten wir eine Verstärkerstufe die das Signal um den Faktor 8 verstärkt. Weil uns das nicht reicht, schalten wir zum Beispiel 3 davon hintereinander.

Wir erhalten damit eine Gesamtverstärkung von $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$.

Das kommt uns bekannt vor. Durch die Zusammenfassung gleichartiger Additionen sind wir von der Addition zur Multiplikation gekommen. Die Zusammenfassung der Multiplikation nennt man Potenzierung. Um auszudrücken, dass wir 3 Mal mit 8 Multiplizieren wollen, schreiben wir das mit Hilfe einer Hochzahl so: 8^3 .

Die 8 nennt man die Basis und die 3 den Exponenten.

Wurzel

Um zu berechnen wie wir mit 3 Verstärkerstufen auf eine Gesamtverstärkung von 512 kommen, berechnen wir die 3. Wurzel aus 512.

Wir erinnern uns: $8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3 = 512$

Umkehrung über den Exponenten: $\sqrt[3]{512} = 8$

In der Funktechnik werden wir häufig die 2. Wurzel brauchen. Weil sie die Umkehrung von "hoch 2" ist, also der Quadrierung, nennt man sie auch Quadratwurzel.

Wenn einfach nur von "Wurzel aus" gesprochen wird, ist die Quadratwurzel gemeint. Entsprechend wird die 2 im Wurzelzeichen weggelassen.

$$\sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = 3$$



Logarithmus

Was ist ein Logarithmus?

Der Logarithmus ist die Umkehrung der Potenzfunktion.

Bleiben wir bei dem Beispiel mit der Verstärkerstufe.

Um zu berechnen wie viele Verstärkerstufen mit Verstärkung 8 wir brauchen um eine Verstärkung von 512 zu erhalten, berechnen wir den Logarithmus zur Basis 8 von 512 und erhalten 3.

Aus der Basis der Potenz wird also die Basis des Logarithmus:

$$8^3 = 512$$

$$\log_8(512) = 3$$

Der dekadische Logarithmus

Der dekadische Logarithmus hat immer die Basis 10.

Er wird auch Zehnerlogarithmus (mathematisch lg, am Taschenrechner log) genannt.

Anschaulich gesagt berechnet man damit, wie viele Stellen eine Zahl hat. Mit Hilfe des dekadischen Logarithmus erhalten wir also die Größenordnung einer Zahl:

$\log_{10}(470.000) \approx 5,67$ Die Zahl braucht also aufgerundet 6 Stellen.

Abzüglich der einen, die ich vor das Komma schreibe, kann ich also auch $4,7 \cdot 10^5$ schreiben. Der Logarithmus kürzt mir also das schrittweise Verschieben vom Komma.

Der dekadische Logarithmus

In der Messtechnik wird der dekadische Logarithmus benutzt um das Bel zu definieren. Ein Bel ist der dekadische Logarithmus vom Verhältnis zweier Leistungen.

Ist also eine Leistung 5,67 Bel größer als die Andere, entspricht das einem Faktor von 470.000.

Er ist eine eigentlich dimensionslose Größe, die aber zu Ehren des Erfinders des Telefons, Alexander Graham Bell, mit Bel bezeichnet wird.

$$g = \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ in B}$$



Rechnen mit Dezibel (dB)

Was ist denn jetzt mit dem dB?

Um besser handhabbare Zahlen zu bekommen, wird nicht in B (Bel), sondern in dB (Dezi-Bel, dezi = ein zehntel) gerechnet.

1 dB = 0,1 Bel

$$g = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ in dB}$$

g steht für *gain* (Gewinn),
es wird auch *a* für *attenuation* (Dämpfung) genutzt.

Und wie ist das bei Spannungen?

Das dB ist das Verhältnis zweier Leistungen zueinander (P1 und P2). Jede Leistung lässt sich bei bekanntem Widerstand durch eine Spannung ausdrücken.

$$P = \frac{U^2}{R} \quad \text{setzen wir in} \quad g = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1}$$

ein und erhalten nach einer umfangreichen Umformung

$$g = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1}$$

Die Formeln im Überblick

Leistungsverhältnis:

$$g = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ in dB}$$

Spannungsverhältnis:

$$g = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1} \text{ in dB}$$

Mehr Theorie zu dem Thema:

https://cdn.rohde-schwarz.com/pws/dl_downloads/dl_application/application_notes/1ma98/1MA98_10d_dB_or_not_dB.pdf

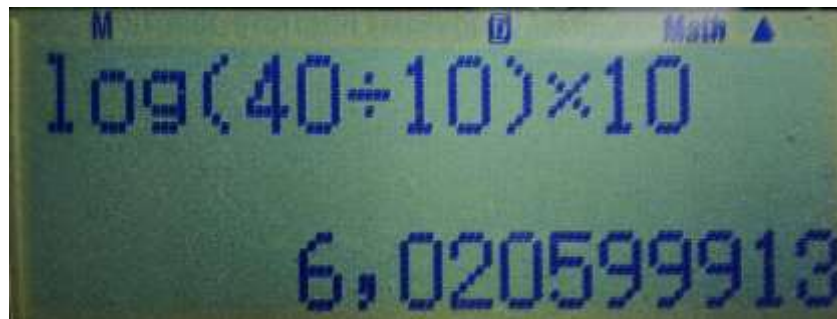
Eingabe in den Taschenrechner

Leistungsverhältnis:

$$g = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ in dB}$$

P2 = 40 Watt

P1 = 10 Watt



Anders ausgedrückt

Alle **3 dB** gibt es eine **Verdopplung** der Leistung.

Alle **6 dB** gibt es eine **Verdopplung** der Spannung.

Aus der Formelsammlung:

<i>Pegel</i>	<i>Leistungs- verhältnis</i>	<i>Spannungs- verhältnis</i>
-20 dB	0,01	0,1
-10 dB	0,1	0,32
-6 dB	0,25	0,5
-3 dB	0,5	0,71
-1 dB	0,8	0,89
0 dB	1	1
1 dB	1,26	1,12
3 dB	2	1,41
6 dB	4	2
10 dB	10	3,16
20 dB	100	10

Warum wird das so gemacht?

Der große Vorteil der Logarithmen und dem Rechnen mit dB:

Neben der Veranschaulichung der Größenordnung einer Zahl vereinfacht er auch das Rechnen. Aus dem Multiplizieren der Verstärkungen wird das Addieren der Dezibel-Werte.

Man kann so einfacher Berechnungen wie diese anstellen:

Eine Sender hat 3 Watt Ausgangsleistung, danach folgt eine Endstufe mit 10dB Gewinn, dann ein Stecker mit 0,1dB Verlust, dann ein Kabel mit 2dB Verlust und dann eine Antenne mit 16dB Gewinn.

$$10\text{dB} - 0,1\text{dB} - 2\text{ dB} + 16\text{ dB} = 23,9\text{dB}$$

Die 3 Watt werden also um 23,9dB verstärkt.



Leistungspegel

Leistungspegel

Leistungspegel geben Leistungen in logarithmischer Form an, um sowohl sehr große als auch sehr kleine Leistungsangaben einfach handhaben zu können. Der Leistungspegel ist ein absoluter Wert, also kein Verhältnis wie dB.

Typischerweise nimmt er auf 1 Milliwatt Bezug (Dezibel Milliwatt: dBm). Selten wird auch Bezug auf 1 Watt genommen (Dezibel Watt: dBW).

Ein Wert in dBm gibt also an, um wie viel dB man 1 mW verstärken müsste um den Pegel zu erhalten.

Gängige Werte:

0 dBm entspricht 1 mW	0 dBW entspricht 1 W
3 dBm entspricht 2 mW	3 dBW entspricht 2 W
10 dBm entspricht 10 mW	10 dBW entspricht 10 W
20 dBm entspricht 100 mW	20 dBW entspricht 100 W



Das war schon alles

Vertiefung und Übungen gibt es von
Emil – DD3AH:

<https://dd3ah.de/rechenkurs/>



Initiales Autorenteam:

Michael Funke - DL4EAX

Emil Obermayr - DD3AH



Änderungen durch:

Hier bitte Ihren Namen eintragen, wenn Sie Änderungen vorgenommen haben.

Sie dürfen:

Teilen: Das Material in jedwedem Format oder Medium vervielfältigen und weiterverbreiten.

Bearbeiten: Das Material verändern und darauf aufbauen.

Unter folgenden Bedingungen:

Namensnennung: Sie müssen angemessene Urheber- und Rechteangaben machen, einen Link zur Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden. Diese Angaben dürfen in jeder angemessenen Art und Weise gemacht werden, allerdings nicht so, dass der Eindruck entsteht, der Lizenzgeber unterstütze gerade Sie oder Ihre Nutzung besonders.

Nicht kommerziell: Sie dürfen das Material nicht für kommerzielle Zwecke nutzen.

Weitergabe unter gleichen Bedingungen: Wenn Sie das Material verändern oder anderweitig direkt darauf aufbauen, dürfen Sie Ihre Beiträge nur unter derselben Lizenz wie das Original verbreiten.

Der Lizenzgeber kann diese Freiheiten nicht widerrufen solange Sie sich an die Lizenzbedingungen halten.

Details: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/>